**Professor:** Wesley Augusto de Freitas Borges

**Alunos:**

LUCAS LUCENA FALBO

RAFAEL DA SILVA

**Motivação:**

Suponha que você seja um analista de risco em uma instituição financeira, responsável por acompanhar e analisar o índice S&P 500, um dos principais indicadores do mercado de ações dos Estados Unidos. Recentemente, você foi encarregado de desenvolver um modelo para prever a volatilidade futura do índice e calcular métricas de risco como o Value at Risk (VaR) e o Expected Shortfall (ES). Com o aumento da volatilidade no mercado e a crescente preocupação dos investidores sobre possíveis quedas significativas, sua análise se torna ainda mais crucial. O objetivo é garantir que a instituição esteja preparada para qualquer cenário adverso, mantendo a confiança dos investidores e protegendo os ativos geridos.

**Material:**

Para execução da atividade iremos considerar a série diária do índice S&P 500 entre o período de 1990 e 2024.

**ATIVIDADE EM GRUPO:**

Considerando a série diária do índice S&P 500 entre 1990 e 2024 (ticker GSPC do Yahoo Finance), realize as atividades descritas a seguir.

Tabela

Descrição gerada automaticamente

Campos que constam na série de dados:

Date, Close.GSPCClose.

**1.** Agora que você acessou e visualizou a série do S&P 500, prossiga com as seguintes análises:

**a.)** Verifique se a série é estacionária. Utilize **adf.test()** para o **teste ADF**, **acf()** para a função de autocorrelação (FAC) e pacf() para a função de autocorrelação parcial (FACP). Se necessário, utilize **diff()** para criar a **diferença logarítmica** dos preços de fechamento e estacionarizar a série.

Gráfico, Gráfico de linhas, Histograma

Descrição gerada automaticamente

**Phillips-Perron Unit Root Test**

data: na.omit(sp500\_ts)

Dickey-Fuller Z(alpha) = 1.0594, Truncation lag parameter = 12, **p-value = 0.99**

alternative hypothesis: stationary

**Augmented Dickey-Fuller Test**

data: na.omit(sp500\_ts)

Dickey-Fuller = 0.45261, Lag order = 20, **p-value = 0.99**

alternative hypothesis: stationary

Aplicando os testes ADF e PP na série do índice S&P500 obtivemos um P-VALOR alto, o que indica que a série é não estacionária. Podemos confirmar essa hipótese verificando o gráfico em nível. Abaixo seguem os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para confirmar essa hipótese.

Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Analisando a função de autocorrelação, percebemos que os valores não decaem ao longo dos lags, corroborando com o exposto nos testes ADF e PP, a série tem comportamento de não estacionariedade.

A função de autocorrelação parcial decaindo bruscamente no primeiro lag, nos indica que o valor do lag anterior tem forte correlação em comparação com os demais lags. Um modelo que aparentemente pode ser adequado a essa série é o modelo ARMA(1,1). Vamos seguir com o processo de indução a estacionariedade e avaliar os testes desta série diferenciada.

Vamos diferenciar a série e avaliar seu comportamento:

Gráfico, Gráfico de linhas

Descrição gerada automaticamente

**Phillips-Perron Unit Root Test**

data: na.omit(sp500\_diff)

Dickey-Fuller Z(alpha) = -9342.6, Truncation lag parameter = 12, **p-value = 0.01**

alternative hypothesis: stationary

**Augmented Dickey-Fuller Test**

data: na.omit(sp500\_diff)

Dickey-Fuller = -20.487, Lag order = 20, **p-value = 0.01**

alternative hypothesis: stationary

Após a diferenciação, aplicamos os testes ADF e PP, e o P-VALOR decaiu para abaixo de 0.01, o que nos indica que podemos rejeitar a hipótese nula e assumir que a série é estacionária.

Gráfico

Descrição gerada automaticamente

A função de autocorrelação da série diferenciada nos apoia a sustentar a rejeição da hipótese nula, indicando que a série agora tem estrutura estacionária.

Gráfico, Linha do tempo

Descrição gerada automaticamente

A função de autocorrelação parcial demonstra que há um comportamento sazonal que passou a ser capturado na série diferenciada. O primeiro LAG negativo pode ser um sinal de que precisaremos efetivamente incluir a componente de média móvel no modelo. Um modelo que pode ser adequado a essa série é o modelo ARMA(0,1) em função da série já ter sido diferenciada. Conforme solicitado pelo professor, vamos seguir estimando um modelo ARIMA utilizando a função auto.arima() e avaliar os resultados.

**b.)** Construa um modelo ARIMA para a série diferenciada utilizando **auto.arima()** e interprete os coeficientes. Avalie também a autocorrelação dos resíduos e a constância da volatilidade com **acf()** e **pacf()**. Discuta a qualidade do modelo para a série do S&P 500.

**Modelo auto.arima()**

Series: sp500\_diff

ARIMA(3,1,0) with drift

Coefficients:

ar1 ar2 ar3 drift

-0.8127 -0.5094 -0.2428 -0.0006

s.e. 0.0104 0.0124 0.0104 0.1039

sigma^2 = 620.1: log likelihood = -40452.01

**AIC=80914.01** AICc=80914.02 BIC=80949.39

Training set error measures:

ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1

Training set -0.001116791 24.89427 14.28237 NaN Inf 0.7671793 -0.05349999

Analisando o resultado do modelo estimado pela função auto.arima() podemos ver que a função retornou um modelo com a seguinte característica:

Componente AR de terceira ordem, indicando influência de 3 períodos anteriores nos valores atuais da série, apresentando valores negativos nos 3 coeficientes para essa componente, o que indica uma influência inversa.

Componente I, indicando que a série foi diferenciada uma vez. Cabe ressaltar que a série já foi diferenciada uma vez. Essa componente indica que a função de construção automática do modelo identificou que a série ainda não estava completamente estacionária.

A função incluiu um termo de drift levemente negativo, indicando uma tendência negativa capturada pelo modelo. Este aspecto é contraintuitivo, tendo em vista que a tendência acumulada das série em nível é de crescimento.

O valor do critério de seleção de modelos AIC foi de **80.914.01**

Para termos condições de comparar a qualidade do modelo, vamos estimar um modelo ARMA(0,1), pois avaliando as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial da série diferenciada, aparentemente é um modelo que se adequa bem.

**Modelo ARMA**

Call:

arima(x = sp500\_diff, order = c(0, 0, 1), include.mean = TRUE)

Coefficients:

ma1 intercept

-0.0766 0.5993

s.e. 0.0104 0.2183

sigma^2 estimated as 488: log likelihood = -39412.98, **aic = 78831.96**

Training set error measures:

ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1

Training set 3.088736e-05 22.09175 12.53568 NaN Inf 0.6785533 -0.00189815

Comparando os modelos ARIMA(3,1,0) e ARMA(0,1), podemos concluir que o modelo ARMA(0,1) apesar de não capturar todos os efeitos contidos na série S&P500, se adequa tão bem quanto o modelo ARIMA(3,1,0). Para estimar o modelo ARIMA(3,1,0) houve uma exigência computacional muito grande em comparação com a estimação do modelo ARMA(0,1). Comparando o critério de seleção de modelos, o ganho entre o modelo mais simples e o modelo mais complexo não foi expressivo o suficiente para justificar o uso do modelo ARIMA(3,1,0). Portanto, seguiremos considerando o modelo ARMA(0,1).

Para completar as análises, vamos avaliar os resíduos de ambos os modelos:

Uma imagem contendo Interface gráfica do usuário

Descrição gerada automaticamente

Gráfico

Descrição gerada automaticamente com confiança média

Gráfico, Histograma

Descrição gerada automaticamenteTela de celular com texto preto sobre fundo branco

Descrição gerada automaticamente

Uma imagem contendo Gráfico

Descrição gerada automaticamenteGráfico, Linha do tempo

Descrição gerada automaticamente

Comparando as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos resíduos podemos concluir que o modelo ARMA(0,1) tem resíduos se comportando de maneira mais ordenada. Portando, podemos concluir que este modelo é mais adequado em comparação ao modelo ARIMA(3,1,0).

**c.)** Verifique se há presença de efeitos ARCH nos resíduos do ARIMA com ArchTest(). Se houver, modele um processo ARCH(1) utilizando ugarchspec() e ugarchfit() e interprete os coeficientes.

Para verificar a presença de efeitos da Heterocedasticidade Condicional nos resíduos dos modelos precisamos efetuar os seguintes testes:

* ARCH Test
* Teste Box-Ljung

Para ambos os testes a interpretação é a seguinte: se o p-valor for menor que o nível de significância de 5% (0.05) podemos rejeitar a hipótese nula de que não há presença de autocorrelação nos resíduos e rejeitar a hipótese nula de que não há efeito de heterocedasticidade condicional nos resíduos.

Em resumo, **se o P-VALOR for menor que 0.05 existe efeito de heterocedasticidade condicional.**

Cabe ressaltar que o teste Box-Ljung deve ser aplicado aos resíduos ao quadrado.

**Testes aplicados no modelo ARIMA(3,1,0)**

**ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects**

data: *residuos\_arima*

Chi-squared = 2609.1, df = 12, **p-value < 2.2e-16**

**Box-Ljung test**

data: *residuos\_arima\_squared*

X-squared = 9522.7, df = 10, **p-value < 2.2e-16**

**Testes aplicados no modelo ARMA(0,1)**

**ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects**

data: *residuos\_arma*

Chi-squared = 2723, df = 12, **p-value < 2.2e-16**

**Box-Ljung test**

data: *residuos\_arma\_squared*

X-squared = 10413, df = 10, **p-value < 2.2e-16**

Considerando os P-VALORES dos testes, podemos concluir que há presença de Heterocedasticidade Condicional nos resíduos dos modelos.

Antes de seguirmos com a elaboração do modelo ARCH(1) vamos avaliar a função de autocorrelação dos resíduos do modelo ARMA(0,1) ao quadrado:

Gráfico, Histograma

Descrição gerada automaticamente

Esta análise nos demonstra que há uma forte correlação entre os resíduos em todos os Lags.

Uma análise para identificar o fenômeno da volatilidade contida na série, podemos comparar a série diferenciada e a série diferenciada ao quadrado:

Gráfico, Gráfico de linhas

Descrição gerada automaticamente

Gráfico, Histograma

Descrição gerada automaticamente

Desta forma podemos visualizar melhor os pontos onde há uma maior volatilidade na série indicando que efetivamente há a presença da Heterocedasticidade Condicional.

Vamos seguir avaliando a volatilidade condicional da série:

Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Vamos ajustar o modelo ARCH de primeira ordem e analisar os resultados:

\*---------------------------------\*

\* GARCH Model Fit \*

\*---------------------------------\*

Conditional Variance Dynamics

-----------------------------------

GARCH Model : sGARCH(1,0)

Mean Model : ARFIMA(0,0,0)

Distribution : norm

Optimal Parameters

------------------------------------

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

omega 176.56055 4.206756 41.971 0

alpha1 0.97023 0.042104 23.044 0

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

omega 176.56055 18.2724 9.6627 0

alpha1 0.97023 0.1293 7.5034 0

LogLikelihood : -37588.56

Information Criteria

------------------------------------

Akaike 8.6108

Bayes 8.6124

Shibata 8.6108

Hannan-Quinn 8.6114

**Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals**

------------------------------------

statistic **p-value**

Lag[1] 2.436 **0.11856**

Lag[2\*(p+q)+(p+q)-1][2] 4.062 **0.07258**

Lag[4\*(p+q)+(p+q)-1][5] 9.585 **0.01176**

d.o.f=0

H0 : No serial correlation

**Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals**

**------------------------------------**

statistic **p-value**

Lag[1] 13.76 **0.0002081**

Lag[2\*(p+q)+(p+q)-1][2] 169.41 **0.0000000**

Lag[4\*(p+q)+(p+q)-1][5] 406.92 **0.0000000**

d.o.f=1

**Weighted ARCH LM Tests**

------------------------------------

Statistic Shape Scale **P-Value**

ARCH Lag[2] 311.2 0.500 2.000 **0**

ARCH Lag[4] 456.2 1.397 1.611 **0**

ARCH Lag[6] 587.5 2.222 1.500 **0**

Nyblom stability test

------------------------------------

Joint Statistic: 51.2031

Individual Statistics:

omega 47.84

alpha1 15.94

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 0.61 0.749 1.07

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

------------------------------------

t-value prob sig

Sign Bias 3.463 5.374e-04 \*\*\*

Negative Sign Bias 1.253 2.101e-01

Positive Sign Bias 1.462 1.438e-01

Joint Effect 22.392 5.406e-05 \*\*\*

**Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:**

------------------------------------

group statistic p-value(g-1)

1 20 2670 0

2 30 2731 0

3 40 2759 0

4 50 2811 0

Elapsed time : 0.5588372

Analisando o retorno do modelo ARCH(1) podemos extrair os seguintes insights:

- A constante da variância condicional (ômega) é da ordem de : 176.56055.

- O parâmetro alpha1 indica que aproximadamente 97% do choque passado afeta a volatilidade atual.

- Ambos os parâmetros têm alto nível de significância em função dos p-valores serem próximos de 0.

- Os valores do teste Ljung-Box nos resíduos padronizados ao quadrado baixos indicam que ainda existe a presença de variância não capturada pelo modelo

- Os P-VALORES do teste ARCH LM zerados indicam também que ainda existe variância não capturada nos resíduos.

- O valor estatístico do teste Nyblom alto indica que os parâmetros podem não ser totalmente estáveis ao longo do tempo.

Conclusão: O modelo ARCH(1) captura parte da volatilidade, porém, os resultados dos testes indicam que ainda existem padrões não capturados.

**d.)** Avalie os resíduos do modelo ARCH e compare com o modelo ARIMA para verificar se o ARCH capturou melhor a heterocedasticidade.

Gráfico, Histograma

Descrição gerada automaticamenteUma imagem contendo Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Gráfico

Descrição gerada automaticamente com confiança baixa

Comparando as funções de autocorrelação, podemos concluir que o modelo ARCH(1) tem um comportamento melhor que os modelos ARIMA(3,1,0) e ARMA(0,1), capturando melhor a heterocedasticidade condicional contida na série do índice S&P500.

**2.** Para aprimorar a modelagem da volatilidade, prossiga com as seguintes análises:

1. Com base no modelo ARCH desenvolvido anteriormente, melhore o ajuste da volatilidade utilizando um modelo GARCH com as funções ugarchspec() e ugarchfit(). Interprete os parâmetros estimados e os compare com os disponíveis no site do V-LAB da NYU.

\*---------------------------------\*

\* GARCH Model Fit \*

\*---------------------------------\*

Conditional Variance Dynamics

-----------------------------------

GARCH Model : sGARCH(1,1)

Mean Model : ARFIMA(0,0,0)

Distribution : norm

Optimal Parameters

------------------------------------

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

omega 0.141196 0.029744 4.7471 2e-06

alpha1 0.071123 0.004447 15.9926 0e+00

beta1 0.927877 0.004533 204.6912 0e+00

Robust Standard Errors:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

omega 0.141196 0.058645 2.4076 0.016056

alpha1 0.071123 0.012691 5.6042 0.000000

beta1 0.927877 0.013480 68.8341 0.000000

LogLikelihood : -34076.67

Information Criteria

------------------------------------

Akaike 7.8066

Bayes 7.8090

Shibata 7.8066

Hannan-Quinn 7.8074

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

------------------------------------

statistic p-value

Lag[1] 1.221 0.26922

Lag[2\*(p+q)+(p+q)-1][2] 1.749 0.30813

Lag[4\*(p+q)+(p+q)-1][5] 5.859 0.09707

d.o.f=0

H0 : No serial correlation

**Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals**

------------------------------------

statistic **p-value**

Lag[1] 1.797 **0.180041**

Lag[2\*(p+q)+(p+q)-1][5] 10.790 **0.005760**

Lag[4\*(p+q)+(p+q)-1][9] 13.332 **0.008931**

d.o.f=2

**Weighted ARCH LM Tests**

------------------------------------

Statistic Shape Scale **P-Value**

ARCH Lag[3] 0.6853 0.500 2.000 **0.4078**

ARCH Lag[5] 4.8988 1.440 1.667 **0.1084**

ARCH Lag[7] 5.5216 2.315 1.543 **0.1769**

**Nyblom stability test**

------------------------------------

**Joint Statistic: 4.2488**

Individual Statistics:

omega 0.5638

alpha1 2.3959

beta1 1.6943

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 0.846 1.01 1.35

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

------------------------------------

t-value prob sig

Sign Bias 4.7673 1.897e-06 \*\*\*

Negative Sign Bias 0.8189 4.129e-01

Positive Sign Bias 0.8412 4.002e-01

Joint Effect 44.8805 9.810e-10 \*\*\*

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

------------------------------------

group statistic p-value(g-1)

1 20 226.2 1.935e-37

2 30 284.8 8.113e-44

3 40 316.0 4.716e-45

4 50 333.0 7.338e-44

Elapsed time : 0.3579309

Analisando o retorno do modelo GARCH(1,1) podemos extrair os seguintes insights:

- A constante da **variância condicional (ômega)** é da ordem de : **0.141196**. Valor consideravelmente menor que o apresentado no modelo ARCH(1) - 176.56055. Isso indica uma baixa dependência da variância condicional neste termo;

- O parâmetro **alpha1:** **0.071123** indica que aproximadamente 7% do choque passado influencia a volatilidade atual;

- O parâmetro **beta1: 0.927877** reflete a alta persistência da volatilidade demonstrando que a volatilidade demora a se dissipar ao longo da série.

- Os critérios de seleção de modelos **(AIC e BIC) menores** indicam que o **modelo GARCH oferece um melhor ajuste** aos dados;

- Os valores do teste Ljung-Box nos resíduos padronizados ao quadrado baixos indicam que ainda existe a presença de variância não capturada pelo modelo. Este comportamento é comum em séries financeiras;

- Os P-VALORES do teste ARCH LM altos para diferentes lags demonstram que o efeito da heterocedasticidade condicional foi capturada de maneira mais adequada aos dados.

- Os valores estatísticos do teste Nyblom baixos indicam que os parâmetros apresentam estabilidade ao longo do tempo indicando a robustez do modelo;

Conclusão: O modelo GARCH(1,1) captura melhor a volatilidade contida na série S&P500, demonstrando maior robustez e adequação aos dados.

Comparando os parâmetros do modelo que nós estimamos, com os parâmetros contidos no site V\_LAB vemos que há uma diferença, apesar de não tão expressiva. Isso pode indicar que ainda existem ajustes a serem efetuados no modelo para um melhor ajuste.

Interface gráfica do usuário, Aplicativo, Tabela

Descrição gerada automaticamente

Optimal Parameters

------------------------------------

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

omega 0.141196 0.029744 4.7471 2e-06

alpha1 0.071123 0.004447 15.9926 0e+00

beta1 0.927877 0.004533 204.6912 0e+00

Interface gráfica do usuário, Aplicativo

Descrição gerada automaticamente

Gráfico, Histograma

Descrição gerada automaticamente

1. Faça uma comparação entre os modelos GARCH e ARCH em termos de critérios de ajuste (AIC, BIC) com o infocriteria() e analise os resíduos padronizados. Utilize gráficos da FAC e FACP para apoiar sua argumentação.

Critérios de Seleção de modelo - ARCH(1):

Akaike 8.610825

Bayes 8.612446

Shibata 8.610825

Hannan-Quinn 8.611378

Critérios de Seleção de modelo - GARCH(1,1):

Akaike 7.806590

Bayes 7.809021

Shibata 7.806590

Hannan-Quinn 7.807419

Gráfico

Descrição gerada automaticamente com confiança baixa

Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Os critérios de seleção de modelo demonstram que o modelo GARCH(1,1) se adequa melhor aos dados, e podemos comprovar isso avaliando os gráficos da função de autocorrelação dos resíduos de ambos os modelos.

Modelo ARCH(1) tem mais lags que estão fora dos intervalos de confiança enquanto o modelo GARCH(1,1) tem menos lags fora do intervalo de confiança.

1. Utilize o modelo GARCH para prever a volatilidade futura do S&P 500 para os próximos três dias utilizando a função ugarchforecast() e interprete os resultados.

\*------------------------------------\*

\* GARCH Model Forecast \*

\*------------------------------------\*

Model: sGARCH

Horizon: 3

Roll Steps: 0

Out of Sample: 0

0-roll forecast [T0=1993-11-27]:

Series Sigma

T+1 0 52.85

T+2 0 52.83

T+3 0 52.80

Avaliando os valores de sigma para a previsão podemos verificar uma baixa oscilação dos valores.

Uma imagem contendo Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Analisando os valores e o gráfico da previsão podemos verificar que o modelo talvez não seja adequado o suficiente para prever o comportamento da série S&P500, sendo necessário a realização de adequações e/ou utilização de outros modelos GARCH() como o EGARCH ou o GJR-GARCH.

3. Bônus: Calcule o Value at Risk (VaR) e o Expected Shortfall (ES) utilizando o modelo GARCH. Explique o significado dessas métricas e como elas podem ser utilizadas na gestão de risco.

Realizando o cálculo do Value at Risk (VaR) e o valor do Expected Shortfall (ES):

var

1993-11-27

T+1 -86.93250

T+2 -86.89123

T+3 -86.84997

es

1993-11-27

T+1 -109.0169

T+2 -108.9651

T+3 -108.9134

O VaR é um indicador de risco que estima a perda potencial máxima de um investimento para um determinado período.

É necessário determinar o intervalo de confiança para as estimativas. Trata-se de uma ferramenta muito útil para gestão de risco, por determinar um intervalo de confiança e utilizar métricas estatísticas e dados históricos para predizer um risco específico de perdas, dentro do intervalo de confiança.

O Expected Shortfall é um indicador complementar ao VaR. Ele indica quais são as perdas médias esperadas caso se concretizem as perdas estimadas no VaR?

Durante a elaboração das previsões e dos cálculos do VaR e do ES obtive um problema que não consegui identificar a origem. Meus resultados ficaram travados na data de 27/11/1993. Irei modelar com calma para identificar as falhas.